АННОТАЦИЯ

диссертационной работы Көрпебай Г.Т.
на тему:
«*Интегральные уравнения в теории управляемости и оптимального быстродействия обыкновенных и линейных интегро-дифференциальных уравнений*»

Диссертационная работа посвящена исследованию задач управляемости и оптимального быстродействия динамических систем с фазовыми, интегральными и управляющими ограничениями. В работе рассматриваются линейные, нелинейные и линейные интегро-дифференциальные динамические системы, для которых разработаны конструктивные алгоритмические методы решения соответствующих задач управления. Особое внимание уделено построению вычислительных алгоритмов, их программной реализации и подтверждению эффективности предложенных методов на модельных задачах.

Актуальность темы исследования

Современная теория управления динамическими системами занимает важное место в математике, механике и прикладных науках. Методы оптимального управления широко применяются при исследовании и управлении различными динамическими процессами, возникающими в физике, механике, энергетике, робототехнике, экономике и других областях.

Одним из центральных направлений теории управления является исследование задач управляемости и оптимального управления. Важную роль в этом направлении играют задачи оптимального быстродействия, в которых требуется перевести систему из одного состояния в другое за минимальное время при наличии различных ограничений на состояние системы и управляющие воздействия.

В классической теории оптимального управления разработан ряд фундаментальных методов исследования таких задач, включая принцип максимума Л. С. Понтрягина, метод динамического программирования Р. Беллмана и другие подходы. Эти методы позволяют установить важные качественные свойства задач оптимального управления, такие как существование оптимального управления и необходимые условия оптимальности.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является разработка конструктивных методов решения задач управляемости и оптимального быстродействия линейных, нелинейных и линейных интегро-дифференциальных динамических систем с фазовыми и интегральными ограничениями,

ориентированных на алгоритмическую реализацию и численное моделирование.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

– получение условий управляемости для линейных динамических систем с фазовыми и интегральными ограничениями;

– разработка алгоритмов вычисления допустимых управлений и определения оптимального времени управления;

– построение градиентных методов решения задач управляемости для нелинейных динамических систем;

– разработка вычислительных алгоритмов для линейных интегро-дифференциальных систем;

– программная реализация предложенных алгоритмов и проведение вычислительных экспериментов на модельных задачах.

Методы исследования

В диссертационной работе используется методы функционального анализа, методы минимизации в банаховых пространствах, методы численной оптимизации и вычислительного моделирования.

Научная новизна работы

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующих результатах:

Разработаны конструктивные алгоритмы нахождения допустимого управления для задач управляемости линейных, нелинейных и линейных интегро-дифференциальных динамических систем с фазовыми и интегральными ограничениями.

Предложены алгоритмические процедуры решения задач оптимального быстродействия для указанных классов систем, обеспечивающие конструктивное вычисление оптимального управления.

Построена программная реализация разработанных алгоритмов на языке Python и проведены вычислительные эксперименты на модельных задачах управляемости и оптимального быстродействия, подтверждающие работоспособность и эффективность предложенных методов.

Основные результаты исследования

В работе получен ряд теоретических и прикладных результатов.

Для линейных динамических систем разработаны алгоритмически реализуемые методы решения задач управляемости и оптимального быстродействия при наличии фазовых и интегральных ограничений. Построены вычислительные процедуры определения допустимых управлений и оптимального времени управления. Предложенные методы подтверждены результатами вычислительных экспериментов.

Для нелинейных систем задача управляемости сведена к задаче минимизации функционала. Построены градиентные алгоритмы решения

соответствующих задач оптимизации и исследована их сходимость. Проведено моделирование на примерах уравнения Дуффинга и математического маятника, которое показало согласование теоретических условий и численных результатов.

Для линейных интегро-дифференциальных систем разработаны алгоритмы вычисления допустимых управлений и граничных состояний. Проведённые вычислительные эксперименты подтвердили эффективность предложенных методов и их пригодность для практического применения.

Программная реализация

Существенным результатом работы является создание программного комплекса на языке Python, обеспечивающего численное решение задач управляемости и оптимального быстродействия.

Разработанная программа позволяет:

– вычислять допустимые управления для различных классов динамических систем;

– определять оптимальное время управления;

– моделировать динамику управляемых систем;

– визуализировать траектории систем и управляющие воздействия.

Проведенные вычислительные эксперименты подтвердили корректность теоретических результатов и эффективность разработанных алгоритмов.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость работы заключается в развитии конструктивного направления современной теории оптимального управления и расширении методов исследования задач управляемости динамических систем.

Практическая значимость полученных результатов определяется возможностью применения разработанных алгоритмов и программных средств при моделировании и управлении динамическими процессами в различных прикладных областях, включая технические системы, робототехнику и энергетические процессы.

Достоверность результатов

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгими математическими доказательствами, использованием современных методов математического анализа и подтверждается результатами численных экспериментов.

Апробация результатов

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных научных конференциях и научных семинарах, а также опубликованы в научных журналах и сборниках материалов конференций.

Научные выводы, их достоверность и обоснованность

Результаты, полученные в ходе исследования, подтверждаются доказательствами, ранее представленными известными учеными, публикациями в индексируемых международных журналах и материалами конференций.

Публикации

По результатам диссертации опубликовано 10 работ:

1) Aisagaliev, S., Korpebay G. Controllability and optimal speed-in-action of linear systems with boundary conditions // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series. – 2023, Vol.110(2). – P. 21–34.

2) Aisagaliev, S., Korpebay G. Controllability and optimal fast operation of nonlinear systems // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series. – 2024, Vol.115(3). – P. 77-92.

3) Көрпебай Г.Т. Оптимальное быстродействие линейных систем с фазовыми и интегральными ограничениями. Уфимская осенняя математическая школа. г.Уфа. 1 октября 2022 г. С. 125-127.

4) Г. Т. Көрпебай Управляемость и оптимальное быстродействия линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с фазовыми и интегральными ограничениями. Международной научно-практической конференции «Цифровые технологии и междисциплинарные подходы к решению прикладных задач науки», Атрауский университет имени Х. Досмұхамедов. г. Атырау, 6 октября 2025 г., страницы 154-155.

5) Көрпебай Г.Т. Интегральные уравнения в теории управляемости и оптимального быстродействия обыкновенных и линейных интегро-дифференциальных уравнений. Актуальные вопросы фундаментальной и прикладной математики, ноябрь 18-21, 2025, Усть-Каменогорск.

6) Korpebay G. Controllability and optimal performance of linear systems with phase constraints. IX International Scientific and Practical Conference «Modern science: fundamental and applied aspects», June 25-26, 2024, 31 p. Rome. ITALY. c. 18-20.

7) Korpebay G. Boundary value problems of linear control systems with phase and integral constraints. XIV International Scientific and Practical Conference «The modern vector of the development of science», June 27-28, 2024, Philadelphia, USA c. 41-43.

8) Г. Т. Көрпебай. Бірінші текті фредгольм интегралдық теңдеуінің шешімділігі және жуық шешімін құру әдісі // International Scientific Conference of Students and Young Scientists «FARABI ALEMI» Almaty, Kazakhstan, April 6-7, 2023 c. 19.

9) Г. Т. Көрпебай. Управляемость линейных систем с фазовыми и интегральными ограничениями // V International Book Edition of the countries of the Commonwealth of Independent States. Нур-султан .– 2022. – P. 62-72.

10) Г. Т. Көрпебай. Управляемость и оптимальное быстродействие линейных систем // VIII International Book Edition of the countries of the Commonwealth of Independent States. Нур-султан. – 2023. – P. 42-44.

Значение результатов и перспективы дальнейших исследований

Особенностью проведенного исследования является переход от теоретического анализа задач управляемости к разработке алгоритмов их практического решения. Предложенный подход позволяет объединить теоретические методы исследования динамических систем и современные вычислительные технологии.

Полученные результаты показывают, что разработанные алгоритмы могут эффективно применяться при решении задач управления для различных классов динамических систем. Реализация алгоритмов на языке Python делает возможным проведение вычислительных экспериментов и исследование поведения управляемых систем при различных параметрах.

Предложенные методы могут служить основой для дальнейших исследований в области конструктивных методов теории управления. Перспективным направлением является развитие предложенных алгоритмов для более сложных классов динамических систем, включая системы с распределёнными параметрами, стохастические модели и системы с запаздыванием.

Структура и объём диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, трёх разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. Общий объём работы составляет 175 страниц.

В первом разделе исследуются линейные системы с фазовыми и интегральными ограничениями. Полученные теоретические результаты доведены до алгоритмов вычисления допустимых управлений и оптимального времени управления.

Во втором разделе рассматриваются нелинейные динамические системы. Задача управляемости сведена к задаче минимизации функционала, построены градиентные вычислительные методы и выполнено численное решение модельных задач.

В третьем разделе исследуются линейные интегро-дифференциальные системы. Разработаны алгоритмы вычисления управлений и проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие применимость предложенных методов.

Полученные теоретические результаты реализованы в виде программного комплекса на языке Python, обеспечивающего численное решение задач управляемости и оптимального быстродействия, моделирование динамики систем и визуализацию результатов.